Problema 9.3.1.

Pentru următoarea funcţie booleană de trei variabile, date prin intermediul tabelelor de valori, scrieţi cele două forme canonice: *conjunctivă* (FCC) şi *disjunctivă* (FCD). Simplificaţi funcţia utilizând diagrame Veitch.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | *y* | *z* | *f* | minterm / Maxterm |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| 0 | 0 | 1 | 1 | *m*001=*m*1=*x*0*y*0*z*1=¯*x* ¯*y z* |
| 0 | 1 | 0 | 1 | *m*2=*x*0*y*1*z*0=¯*x y* ¯*z* |
| 0 | 1 | 1 | 0 |  |
| 1 | 0 | 0 | 0 |  |
| 1 | 0 | 1 | 1 | *m*5=*x*1*y*0*z*1=*x* ¯*y z* |
| 1 | 1 | 0 | 1 | *m*6=*x*1*y*1*z*0=*x y* ¯*z* |
| 1 | 1 | 1 | 0 |  |

Obs.:

FCC(*f* )= *M*0 ∧*M*3 ∧ *M*4 ∧ *M*7 = (*x* ∨ *y* ∨ *z*) ∧ (*x* ∨¯*y* ∨¯*z*) ∧ (¯*x* ∨ *y* ∨ *z*) ∧ (¯*x* ∨¯*y* ∨¯*z*)

FCD(*f* )= *m*1 ∨ *m*2 ∨ *m*5 ∨ *m*6 =¯*x* ¯*y z* ∨¯*x y* ¯*z*∨ *x* ¯*y z* ∨ *x y* ¯*z*

Diagrama Veitch:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | | | ¯*x* | |
| *y* | *m*7 | *m*6 | *m*2 | *m*3 |
| ¯*y* | *m*5 | *m*4 | *m*0 | *m*1 |
| *z* | ¯*z* | | *z* |

Factorizarea:

*max*1= *m*6 ∨ *m*2 = *y* ¯*z*

*max*2= *m*5 ∨ *m*1 =¯*y z*

*M*(*f* )={ *max*1, *max*2 }

*C*(*f* )={ *max*1, *max*2 }

*M*(*f* )= *C*(*f* ) ⇒ suntem în cazul I al algoritmului de simplificare, și forma simplificată a funcției este:

*f’*(*x,y,z*)*= max*1∨ *max*2= *y* ¯*z* ∨¯*y z*

Problema 9.3.2.

Simplificaţi următoarele funcţii booleene de patru variabile, date prin formele canonice disjunctive, utilizând diagrame Veitch:

*m*15 *m*13 *m*14  *m*4 *m*6

1. *f*(*x*1*,x*2*,x*3*,x*4)*=* *x*1*x*2*x*3*x*4 ∨ *x*1*x*2¯*x*3*x*4 ∨ *x*1*x*2*x*3¯*x*4 ∨ ¯*x*1*x*2¯*x*3¯*x*4 ∨ ¯*x*1*x*2*x*3¯*x*4 *m*10  *m*8 *m*11 *m*9

∨ *x*1¯*x*2*x*3¯*x*4 ∨ *x*1¯*x*2¯*x*3¯*x*4 ∨ *x*1¯*x*2*x*3*x*4 ∨ *x*1¯*x*2¯*x*3*x*4;

Diagrama Veitch:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x1* | | | ¯*x 1* | | |
| *x2* | *m*15 | *m*13 | *m*5 | *m*7 | *x4* |
| *m*14 | *m*12 | *m*4 | *m*6 | ¯*x 4* |
| ¯*x 2* | *m*10 | *m*8 | *m*0 | *m*2 |
| *m*11 | *m*9 | *m*1 | *m*3 | *x4* |
| *x3* | ¯*x 3* | | *x3* |

Factorizarea:

*max*1= *m*15 ∨ *m*14 ∨ *m*10 ∨ *m*11 = *x*1*x*3

*max*2= *m*15 ∨ *m*13 ∨ *m*11 ∨ *m*9 = *x*1*x*4

*max*3= *m*10 ∨ *m*8 ∨ *m*11 ∨ *m*9 = *x*1¯*x*2

*max*4= *m*4 ∨ *m*6 =¯*x*1*x*2¯*x*4

*max*5= *m*14 ∨ *m*6 = *x*2*x*3¯*x*4

*M*(*f* )={ *max*1, *max*2, *max*3, *max*4, *max*5}

*C*(*f* )={ *max*4, *max*2, *max*3}

*M*(*f* )≠ *C*(*f* ), *C*(*f* )≠∅ ⇒ sumtem în cazul II al algoritmului de simplificare

Folosim o funcție auxiliară *g*(*x*1*,x*2*,x*3*,x*4)*=* *max*4∨ *max*2∨ *max*3

Hașurăm suportul funcției *g* în diagrama Veitch:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x1* | | | ¯*x 1* | | |
| *x2* | *m*15 | *m*13 | *m*5 | *m*7 | *x4* |
| *m*14 | *m*12 | *m*4 | *m*6 | ¯*x 4* |
| ¯*x 2* | *m*10 | *m*8 | *m*0 | *m*2 |
| *m*11 | *m*9 | *m*1 | *m*3 | *x4* |
| *x3* | ¯*x 3* | | *x3* |

*h*(*x*1*,x*2*,x*3*,x*4)*=* *max*1

forma simplificată a funcției *f* este:

*f’*(*x*1*,x*2*,x*3*,x*4)*= g*(*x*1*,x*2*,x*3*,x*4) ∨ *h*(*x*1*,x*2*,x*3*,x*4)*= max*4∨ *max*2∨ *max*3∨ *max*1=¯*x*1*x*2¯*x*4∨ *x*1*x*4∨ *x*1¯*x*2∨ *x*1*x*3 (am avut un caz excepțional, o *max*1 e mai simplă decât *max*5 , deci am avut o singură funcție *h*)

Problema 9.3.7.

Simplificaţi următoarele funcţii booleene de patru variabile utilizând şi diagramă Karnaugh:

1. *f*5(*x*1*,x*2*,x*3*,x*4)*=* *x*3¯*x*4 ∨ *x*1*x*2*x*3*x*4 ∨ ¯*x*3*x*2*x*4 ∨ ¯*x*1¯*x*3 ∨ ¯*x*1¯ ¯*x*4;

Varianta1: observăm că monoamele nu sunt canonice, adică nu conțin toate variabilele, și atunci:

*x*3¯*x*4 =1∧1∧*x*3¯*x*4 =( *x*1∨¯*x*1) ∧( *x*2∨¯*x*2) ∧ *x*3¯*x*4*= x*1*x*2*x*3¯*x*4∨ *x*1¯*x*2*x*3¯*x*4∨¯*x*1*x*2*x*3¯*x*4∨¯*x*1¯*x*2*x*3¯*x*4

...

Varianta 2: Sau, (oricând nu știm de unde să pornim,) construim tabela de valori a funcției:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x*1 | *x*2 | *x*3 | *x*4 | *x*3¯*x*4 | *x*1*x*2*x*3*x*4 | ¯*x*3*x*2*x*4 | ¯*x*1¯*x*3 | ¯*x*1¯ ¯*x*4 | *f*5(*x*1*,x*2*,x*3*,x*4) |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | *m*0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | *m*1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | *m*2 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | *m*4 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | *m*5 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | *m*6 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | *m*10 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | *m*13 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | *m*14 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | *m*15 |

FCD( *f* )= *m*0 ∨*m*1 ∨*m*2∨*m*4∨*m*5∨*m*6∨*m*10∨*m*13∨*m*14∨*m*15

Diagrama Karnaugh:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x*3*x*4  *x*1*x*2 | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | *m*0 | *m*1 | *m*3 | *m*2 |
| 01 | *m*4 | *m*5 | *m*7 | *m*6 |
| 11 | *m*12 | *m*13 | *m*15 | *m*14 |
| 10 | *m*8 | *m*9 | *m*11 | *m*10 |

Factorizarea:

*max*1= *m*0 ∨ *m*1 ∨ *m*4 ∨ *m*5 = *x*10*x*30=¯*x*1¯*x*3

*max*2= *m*0 ∨ *m*4 ∨ *m*2 ∨ *m*6 = ¯*x*1¯*x*4

*max*3= *m*2 ∨ *m*6 ∨ *m*14 ∨ *m*10 = *x*3¯*x*4

*max*4= *m*15 ∨ *m*13 = *x*1*x*2*x*4

*max*5= *m*15 ∨ *m*14 = *x*1*x*2*x*3

*max*6= *m*13 ∨ *m*5 = *x*2¯*x*3*x*4

*M*(*f* )={ *max*1, *max*2, *max*3, *max*4, *max*5, *max*6 }

*C*(*f* )={ *max*1, *max*3 }

*M*(*f* )≠ *C*(*f* ), *C*(*f* )≠∅ ⇒ sumtem în cazul II al algoritmului de simplificare

Folosim o funcție auxiliară *g*(*x*1*,x*2*,x*3*,x*4)*=* *max*1 ∨ *max*3

Din nou avem un caz exceptional, deoarece există o singură funcție *h* (în general sunt mai multe)

*h*(*x*1*,x*2*,x*3*,x*4)*=* *max*4

este:

*f’*(*x*1*,x*2*,x*3*,x*4)*= g*(*x*1*,x*2*,x*3*,x*4) ∨ *h*(*x*1*,x*2*,x*3*,x*4)*=* *max*1∨ *max*3∨ *max*4=¯*x*1¯*x*3 ∨ *x*3¯*x*4∨ *x*1*x*2*x*4